

MATEMATIKA OLIMPIÁSZ

KÖRZETI SZAKASZ

2013. január 26.

V. OSZTÁLY

- 1.) Egy kétjegyű természetes számban az egyesek számjegye 2-vel nagyobb a tizedesek számjegyénél. A szám és a fordítottjának összege 176. Határozzátok meg ezt a természetes számot.
- 2.) Mutassátok ki, hogy az  $n = 2013 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + \dots + 2012 \cdot 2$  természetes szám egy teljes négyzet.
- 3.) Adottak az  $A = \{ 2^3, p-1, 1^{75}, p+1 \}$  és  $B = \{ x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 5 \text{ és } x \text{ páros} \}$  halmazok, ahol  $p \in \mathbb{N}^*$ . Határozzátok meg a  $p$  értékét úgy, hogy teljesüljön az  $A \cap B = \{4\}$  feltétel.
- 4.) a) Igazoljuk, hogy  $5^{2012}$  felírható két teljes négyzet összegeként.  
b) Három szám számtani közepe 2014. Az első 9-cel nagyobb, mint a második, valamint a második és a harmadik szám számtani közepe 2015. Határozzuk meg a három számot.

**Megjegyzés:**

**Minden feladat kötelező.**

**Minden feladat 10 pontot ér.**

**Munkaidő 2 óra.**